

CNAM: Theoretische Informatik I

Übung 3

Aufgabe 1: Relationen und Funktionen

In der folgenden Tabelle sehen Sie ein paar Mengen. Tragen Sie ein, welche davon eine Relation zwischen $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{1, 2, 3\}$ bzw. welche eine Funktion von A nach B ist, und begründen Sie Ihre Aussage.

	Relation	Funktion	Begründung
\emptyset			
$\{\{1, 2\}, \{2, 1\}, \{3, 1\}\}$			
$\{(1, 1), (3, 2), (1, 3)\}$			
$\{(1), (1, 2), (1, 2, 3)\}$			
$\{(1, 1), (3, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 2)\}$			
$\{(1, 1), (3, 2), (2, 3)\}$			
$\{(1, 1), (3, 2), (2, 2)\}$			
$\{(3, 2), (2, 2)\}$			

Aufgabe 2: Eigenschaften von Funktionen

In der folgenden Tabelle sind einige mathematische Funktionen und einige Funktionen 'aus den wahren Leben' gegeben. Ergänzen Sie die Tabelle um die Eigenschaften der Funktionen.

	injektiv	surjektiv	bijektiv
$f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x + 10$			
$f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto x + 10$			
$f_3 : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad x \mapsto \sqrt{x}$			
$f_4 : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ mit $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 2, 3 \mapsto 1$			
$f_5 : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ mit $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 3, 3 \mapsto 1$			
$f_6 : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ mit $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 2, 3 \mapsto 1, 4 \mapsto 1$			
$f_7 : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ mit $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 3, 3 \mapsto 3, 4 \mapsto 1$			
$f_7 : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ mit $1 \mapsto 2, 2 \mapsto 4, 3 \mapsto 1$			
Die Zuordnung von der Menge der Deutschen nach \mathbb{N} , die jedem Menschen seine Personalausweisnummer zuordnet			
Die Zuordnung von der Menge der Deutschen nach $\{m, w\}$, die jedem Menschen sein Geschlecht zuordnet			
Die Zuordnung von der Menge der Menschen nach der Menge der Menschen, die jedem Menschen seine Mutter zuordnet			
Die Zuordnung von der Menge der Mütter nach der Menge der Menschen, die jeder Mutter das erstgeborene Kind zuordnet			

Aufgabe 3: Verkettung von Relationen

Seien $R := \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3), (4, 3), (4, 2)\}$ und $S := \{(1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 2), (3, 3), (4, 1)\}$. Berechnen Sie: R^{-1} , $R \circ S$, $S \circ R$, $R \circ R$, $R^{-1} \circ R$, $S \circ R \circ S$, und $S^{-1} \circ R^{-1}$.

Sei M die Relation 'ist Mutter von' und V die Relation 'ist verheiratet mit' (auf der Menge der Menschen). Was bedeutet die Relation $M \circ V$?

Aufgabe 4: Eigenschaften von Relationen Wir betrachten einige Relationen ‘aus den wahren Leben’ zwischen allen Studierenden der FH, und außerdem betrachten wir einige folgende Relationen auf der Menge der natürlichen Zahlen.

- $_ \text{ liebt } _$
- $_ \text{ ist verheiratet mit } _$
- $_ \text{ ist größer als } _$
- $_ \text{ ist mindestens genauso groß wie } _$
- $_ \text{ ist größer und stärker als } _$
- $_ \text{ ist mindestens genauso groß und stark wie } _$
- $_ \text{ hat eine Matrikelnummer, die mindestens genauso groß wie die von } _ :$
- $_ \text{ kennt } _$
- $_ \text{ ist am selben Wochentag geboren wie } _$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x = y\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \leq y\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x < y\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x|y\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x \text{ und } y \text{ haben beim Teilen durch 4 denselben Rest}\}$
- $\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y = 10\}$

Füllen Sie folgende Tabelle aus:

	reflexiv	irreflexiv	symmetrisch	asymmetrisch	antisymmetrisch	transitiv	konnex
liebt							
ist verheiratet mit							
ist größer als							
ist mindestens genauso groß wie							
ist größer und stärker als							
ist mindestens genauso groß und stark wie							
hat eine Matrikelnummer, die ...							
kennt							
ist am selben Wochentag geboren wie							
$x = y$							
$x \leq y$							
$x < y$							
$x y$							
x, y haben beim Teilen durch 4 selben Rest							
$x + y = 10$							