

CNAM: Theoretische Informatik I

Übung 1

Aufgabe 1: Welche der folgenden Mengen sind gleich?

1. $A_1 := \{1, 2, 3, 4\}$
2. $A_2 := \{2, 3, 4, 5\}$
3. $A_3 := \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 4\}$
4. $A_4 := \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 20\}$
5. $A_5 := \{5, 5, 4, 3, 2\}$
6. $A_6 := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 4\}$
7. $A_7 := \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 20\}$

Aufgabe 2: Seien $A := \{2, 4, 6\}$, $B := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $C := \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$. Bestimmen Sie:

$A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C$, $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup B$, $A \cup B \cup C$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $\mathfrak{P}(A)$, $A \times B$, A^2

Aufgabe 3: Beschreiben Sie folgende Menge mit Worten:

$$M_1 := \{x \in \mathbb{N} \mid \text{es gibt ein } y \in \mathbb{N} \text{ mit } y^3 = x\}$$
$$M_2 := \{a \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \text{es gibt ein } x \in \mathbb{R} \text{ mit } a = (x, x)\}$$

Aufgabe 4: Beschreiben Sie folgende Menge formal:

1. Die Menge aller irrationalen Zahlen, also die Menge aller reellen Zahlen, die keine Brüche sind.
2. Die Menge aller Tripel a, b, c natürlicher Zahlen, für die $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

Aufgabe 5: Welche der folgenden Ausdrücke beschreibt eine Menge?

1. $\{x \in \mathbb{R} \text{ und } x^3 + x^2 + x + 1 = 1\}$
2. $\{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\}\}, \{\{\}\}\}$
3. $\{1, \{\}, 3, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\}\}\}$
4. $\{x \in \mathbb{N} : x^3 = 1\}$

Aufgabe 6: Zeigen Sie, daß $\{\{x\}, \{x, y\}\} = \{\{x'\}, \{x', y'\}\}$ genau dann gilt, wenn $x = x'$ und $y = y'$ gilt.

Aufgabe 7: Begründen oder widerlegen Sie:

1. $A \subseteq B$ gilt genau dann, wenn $A \setminus B = \emptyset$ gilt.
2. $A \setminus B = A$ gilt genau dann, wenn $B \setminus A = B$ gilt.
3. $A \setminus B = A$ gilt genau dann, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

4. Aus $\cup A = \cup B$ folgt $A = B$.

5. Aus $\cap A = \cap B$ folgt $A = B$.

6. $\cup \mathfrak{P}(A) = A$.

7. Aus $A \times B = A \times C$ folgt $B = C$.